

## Die Leitidee *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit*<sup>1</sup>

### Worum geht es in diesem Inhaltsbereich allgemein?

Der Kompetenzbereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* hat höchste praktische Relevanz und eröffnet somit zahlreiche anwendungsbezogene Übungsfelder. In den Bildungsstandards umfasst die Leitidee *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* drei wesentliche zusammenhängende Aspekte mit zahlreichen mathematischen Bezügen: Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeit. In der kurzen Darstellung der Bildungsstandards werden davon die folgenden Kompetenzen explizit genannt:

- Daten erfassen und darstellen
- Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen<sup>2</sup>

Demgegenüber sind Kompetenzen im Bereich *Häufigkeiten* eher implizit vorhanden. Beim Entwerfen von Aufgaben müssen allerdings alle Aspekte in den Blick genommen werden. Daher werden an dieser Stelle die unterschiedlichen Herausforderungen für alle drei Bereiche anhand entsprechender Beispiele aus VERA-3 erläutert.

### Daten erfassen und darstellen

Wie die Aufgabe „Geburtstag“ (Abbildung 6) zeigt, umfasst der Bereich Daten zum einen das Darstellen von Daten in Schaubildern, Diagrammen und Tabellen. Dies kann vor allem im Unterricht besonders auf der Basis von Daten geschehen, die selbst gesammelt und strukturiert wurden. Zum anderen sollen aber auch gezielt Daten aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen entnommen werden. So ist es in der dargestellten Aufgabe erforderlich, der Abbildung die entsprechenden Anzahlen zu entnehmen, um diese im weiteren Verlauf in das Diagramm einzeichnen zu können.

Die Kinder haben eine Umfrage gemacht.

<b>Frühling</b>	Maja	Ivan	Marc	Fiona	<b>Sommer</b>
Hannah	Alexander	Tim	Paul	Luise	Pauline
<b>Geburtstage</b>					
<b>Winter</b>	Samuel	Diego	Lilly	Andre	<b>Herbst</b>
Marie	Nick	Vicky			

Zeichne die Ergebnisse für Frühling und Sommer in das Diagramm ein.

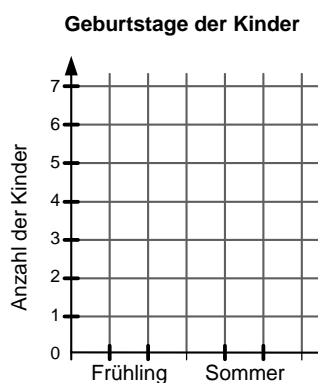


Abbildung 1. Aufgabe „Geburtstag“, VERA-3 Mathematik 2019

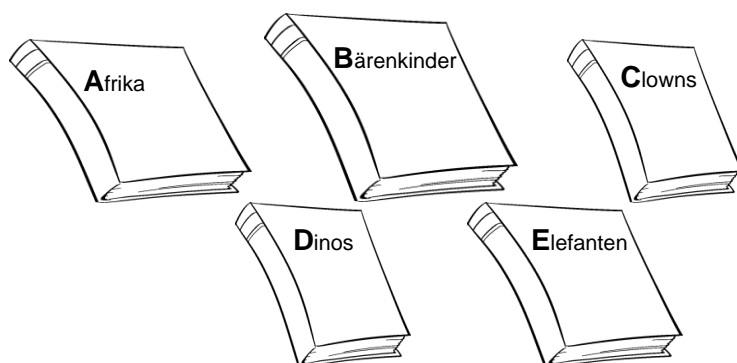
<sup>1</sup> Entnommen aus: Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (Prof. Dr. Hedwig Gasteiger, Prof. Dr. Kristina Reiss und Dr. Heino Reimers): Vergleichsarbeiten 2025. 3. Jahrgangsstufe (VERA-3). Mathematik. DIDAKTISCHE HANDREICHUNG Teil II. S. 11ff.

<sup>2</sup> siehe Kultusministerkonferenz 2005, S. 11 unter <https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/subject>.

Der Umgang mit Daten stellt einen wichtigen Aspekt für eine Propädeutik der Wahrscheinlichkeitsrechnung dar. Außerdem ist er geeignet, verschiedene Repräsentationsebenen anzusprechen und damit auch den Ausbau der allgemeinen Kompetenz „Mathematische Darstellungen verwenden“ zu stärken.

## Häufigkeiten

Ein weiterer Aspekt im Hinblick auf den Umgang mit Wahrscheinlichkeiten ist das Betrachten von Möglichkeiten (etwa für das Ergebnis eines Zufallsexperiments). In der Überschrift der Leitidee wird dabei der Begriff „Häufigkeit“ gewählt. Nun ist dieser Begriff eng mit kombinatorischen Überlegungen verbunden. Gerade Aufgaben zur Kombinatorik, wie die Aufgabe „Bücher“ (Abbildung 7), ermöglichen ein systematisches Zählen oder strategisches Ermitteln der Anzahl von Kombinationsmöglichkeiten und bereitet sinnvolles Argumentieren im Bereich Wahrscheinlichkeit vor. Um dies auch in der Schulpraxis besser zu verankern, werden Aufgaben zur Kombinatorik unter dieser Leitidee in die Vergleichsarbeiten integriert. Davon ist unbenommen, dass entsprechend der Systematik der Bildungsstandards Aufgaben dieses Typs ggf. auch dem Inhaltsbereich *Zahlen und Operationen* zugeordnet werden können.



Leo darf sich zwei Bücher ausleihen.

Schreibe alle Möglichkeiten auf. Nutze die Anfangsbuchstaben.

AB,  
\_\_\_\_\_

Abbildung 2: Aufgabe „Bücher“, VERA-3 Mathematik 2019

## Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen

Den inhaltlichen Schwerpunkt Wahrscheinlichkeit im engeren Sinne umzusetzen, gestaltet sich etwas schwieriger. So gibt es hier wenige Aufgabentypen, die bereits für die Grundschule geeignet sind. Es darf nicht vergessen werden, dass wichtige Grundlagen einer systematischen Behandlung der Wahrscheinlichkeitsrechnung, wie etwa die Bruchrechnung, in der Grundschule noch nicht behandelt sind. Es darf auch nicht vergessen werden, dass gerade in diesem Inhaltsbereich Intuition und mathematische Theorie nicht immer konform gehen. So wird etwa der Begriff „wahrscheinlich“ umgangssprachlich eher mit „guten Chancen“ verbunden, während der Begriff „unwahrscheinlich“ auf eher „schlechte Chancen“ hindeutet. In der mathematischen Umsetzung ist nur der Begriff der „Wahrscheinlichkeit“ verankert, die durch einen Wert zwischen 0 und 1 ausgedrückt wird. Dabei bezeichnet „0“ ein unmögliches Ereignis und „1“ ein sicheres Ereignis. Bei einer Wahrscheinlichkeit von  $\frac{1}{6}$  tritt ein Ereignis auf lange Sicht in einem von sechs Fällen ein, so wie es etwa beim Würfeln einer „5“ der Fall ist. Bei einer Wahrscheinlichkeit von  $\frac{1}{2}$  ist ungefähr die Hälfte der Fälle „günstig“, was beispielsweise für den Münzwurf oder das Würfeln einer geraden Zahl gilt. Nun aber jeweils klar zu sagen, ob

ein bestimmter Wert zwischen 0 und 1 den umgangssprachlichen Begriffen „wahrscheinlich“ bzw. „unwahrscheinlich“ zuzuordnen ist, wäre wenig sinnvoll. Entsprechend sind daher Begriffe wie „wahrscheinlich“ oder „unwahrscheinlich“ für VERA nicht geeignet, könnten sie doch eher verwirrend als klärend sein – allenfalls in Vergleichen ist es sinnvoll, davon zu sprechen, dass ein Ereignis wahrscheinlicher ist als ein anderes oder weniger wahrscheinlich. Wie die Aufgabe „Zufallsexperimente“ (Abbildung 8) zeigt, bieten sich als Grundbegriffe „möglich, aber nicht sicher“, „sicher“ und „unmöglich“ an.

Kreuze an.

Eine 5 als Ergebnis ist ...


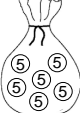

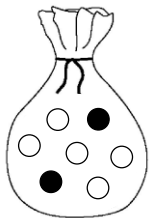
	sicher	möglich, aber nicht sicher	unmöglich
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Abbildung 3: Aufgabe „Zufallsexperimente“, VERA-3 Mathematik 2019

Neben der Kenntnis der Grundbegriffe sollen die Schülerinnen und Schüler im Bereich der Wahrscheinlichkeit auch Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten einschätzen. Die Aufgabe „Kugeln“ (Abbildung 9) zeigt, wie dies umgesetzt werden kann.



Kira sagt: „Es ist wahrscheinlicher eine weiße Kugel zu ziehen als eine schwarze Kugel.“

Hat Kira recht? Kreuze an.  ja  nein

Begründe.




---



---



---

Abbildung 4: Aufgabe „Kugeln“, VERA-3 Mathematik 2019

Aufgrund der Komplexität der Aufgaben ist es sicher sinnvoll, diese, wenn möglich, in einen kindgerechten Kontext einzubetten, welcher der Lebenswelt der Kinder entstammt. Hierzu zählen besonders Würfelspiele oder der Münzwurf.